

Correction exercice satellites et GPS

proposé par Cédric Lémery – lewebpedagogique.com/physique – facebook : [laphysiqueaubacs](https://www.facebook.com/laphysiqueaubacs)

I. Les satellites GPS

A.1. Schéma ci-contre

$$A.2. \quad \vec{F}_{T/GPS} = G \frac{M_T \times M_{GPS}}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{n}$$

A.3. La seconde loi de Newton appliquée dans le référentiel

géocentrique supposé Galiléen s'exprime $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\text{avec } \vec{p} = M_{GPS} \vec{v} \rightarrow \vec{F}_{T/GPS} = M_{GPS} \vec{a} \quad \text{car } \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$$

$$\text{Ainsi, } \vec{a}_{T/GPS} = -G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \vec{u}_{TG}$$

A.4. Cette dernière expression implique que l'accélération est purement centripète or pour un mouvement circulaire, nous savons que l'accélération tangentielle est égale à

la dérivée de la vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow$ la vitesse est constante, le mouvement est circulaire uniforme.

A.5. Pour un mouvement circulaire uniforme, l'accélération, normale, est égale à v^2/R , dirigée vers

l'intérieur. Par conséquent, $\frac{v^2}{R_T + h} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}}$

A.N. : $h = 26\,580 \text{ km}$ et $v = 3,88 \text{ km/s}$

$$A.6. \quad v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T_{GPS}} \rightarrow T_{GPS} = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$$

A.N. : $T_{GPS} = 4,30 \cdot 10^4 \text{ s} = 11,95 \text{ h} = 12 \text{ h } 00 \text{ min}$ avec 3 c.s.

B.1. Durée propre de l'horloge embarquée = durée mesurée dans le référentiel du satellite GPS.

$$B.2. \quad \Delta t_m = \gamma \times \Delta t_p \rightarrow \Delta t_p = \frac{\Delta t_m}{\gamma} \quad \text{et l'écart de temps } \Delta \tau = \Delta t_m - \Delta t_p = \Delta t_m \times \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$

A.N. : $\Delta t_m = 24 \text{ h} = 24 \times 3600 \text{ s} = 86\,400 \text{ s} \rightarrow \Delta \tau = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

B.3. Ainsi, l'erreur sur la mesure de d est $\Delta d = c \cdot \Delta \tau = 2,2 \text{ km}$ – erreur inacceptable

